

L-SYSTEMS AND THEIR APPLICATIONS

Jiří Koutný

Master Degree Programme (2), FIT BUT

E-mail: xkoutn11@stud.fit.vutbr.cz

Supervised by: Alexander Meduna

E-mail: meduna@fit.vutbr.cz

ABSTRACT

This document deals with pragmatically oriented research in mathematical theory of plant development. The theoretical subject of this work is represented by L-systems (see [3]). Parish and Müller (see [2]) have published usage of L-system for procedural modeling of cities. In order to follow their results we study usage of L-system with context condition in procedural modeling of architectural constructions.

1 ÚVOD

L-systémy dovolují na základě velmi malého množství vstupních dat vytvářet relativně složité struktury. Geometrická interpretace generovaných řetězců poskytuje zajímavé možnosti modelování. Interpretace některých řetězců však může vést k výsledkům, které nejsou v praxi dosažitelné a tudíž vypadají nereálně. Je tedy vhodné do aparátu L-systémů zavést další koncepty, které vzniku takových “problémových” řetězců zamezí.

2 TEORIE L-SYSTÉMŮ

L-systémy zavedl Lindenmayer v roce 1968 jako teoretický rámec pro studium buněčných struktur. Tento rámec je však natolik obecný, že, ačkoliv generované struktury mají buněčný charakter, nemusejí být nutně rostlinné. Přidání geometrické interpretace pomocí tzv. želví grafiky umožnilo realistické zobrazení modelů založených na L-systémech.

2.1 0L-SYSTÉM A 2L-SYSTÉM

Definice 1 *0L-systém.* 0L-systém je uspořádána trojice $G = \langle V, \omega, P \rangle$, kde V je abeceda symbolů, $\omega \in V^+$ je neprázdná posloupnost symbolů zvaná axiom a $P \subset V \times V^*$ je konečná množina přepisovacích pravidel. Pravidlo $(a, \chi) \in P$ píšeme jako $a \rightarrow \chi$ a pravidla aplikujeme paralelně. 0L-systém je deterministický (označujeme d0L-systém) tehdy a jen tehdy, když pro každé $a \in V$ existuje právě jedno $\chi \in V^*$ takové, že $a \rightarrow \chi$.

V 2L-systémech přepisování závisí na kontextu. Pravidla mají tvar $(b, a, c) \rightarrow \chi$, což značí, že symbol a může být na χ přepsán tehdy a jen tehdy, když je symbol a bezprostředně předcházen symbolem b a bezprostředně následován symbolem c .

2.2 L-SYSTÉM S KONTEXTOVOU PODMÍNKOU

Rozšířením 2L-systémů jsou *L-systémy s kontextovou podmínkou*, které zavedl Meduna a Švec (viz [1]). L-systémy s kontextovou podmínkou netrvají na striktně bezprostředním kontextu z 2L-systémů. Přepisovací pravidla mají tvar $a[?ContexCondition]: LogicalExpression \rightarrow \chi$, což vyjadřuje, že symbol a může být přespán na χ tehdy a jen tehdy, pokud leží v kontextu, který vyhovuje kontextové podmínce *ContexCondition*, a zároveň je splněna logická podmínka *LogicalExpression*.

3 APLIKACE

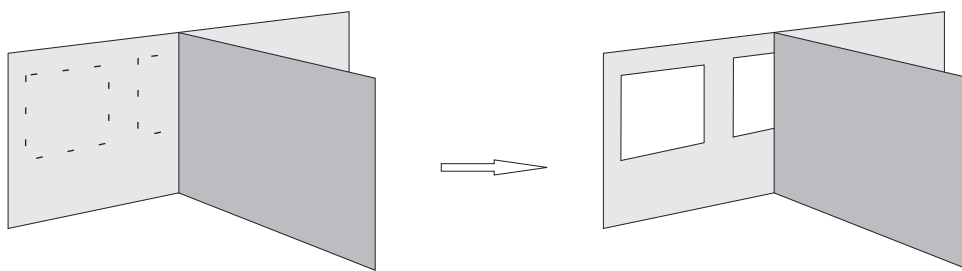
Lindenmayer mimo jiné využil 2L-systémy pro modelování růstu biologických forem. Později zavedli Parish a Müller tzv. *self sensitive* L-systémy, které použili pro modelování budov a měst. Tato práce do této oblasti zavádí využití kontextové podmínky a tím řeší některé problematické aspekty prostorového modelování s využitím L-systémů.

3.1 PROBLÉMY ŘEŠITELNÉ KONTEXTOVOU PODMÍNKOU

Uvažujme situaci z oblasti modelování architektury. Předpokládejme, že použitý L-systém má symbol *wall*, který je interpretován jako zeď, a symbol *window*, který je interpretován jako okno. Mějme dva symboly *wall*, které jsou interpretovány jako dvě navzájem kolmé zdi. Řekněme, že symbol *wall* chceme nahradit symboly *window*. Zajisté můžeme použít následující pravidlo:

$$wall \rightarrow window\ window$$

Pravidlo můžeme interpretovat tak, že vloží dvě okna do zdi. Problematické je pak místo, kde se při interpretaci dvě zdi stýkají. Je možné, že část okna může ležet přímo v místě styku dvou zdí (viz obrázek 1).



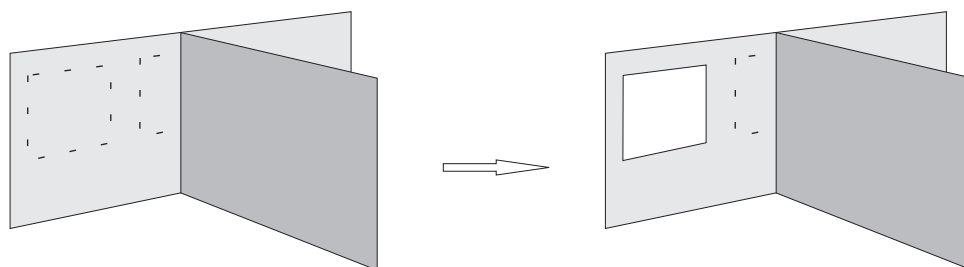
Obrázek 1: Problematické místo při modelování bez kontextové podmínky.

Tento problém lze řešit využitím kontextové podmínky. Zaved' me klíčové slovo *distance*, které bude volat funkci *distance()*. Tato funkce má parametr *expression*, což je logický výraz. Výsledkem tohoto volání je pravdivostní hodnota udávající podmínku, která musí být splněna, aby dané pravidlo mohlo být aplikováno. V příkladě z předchozího odstavce můžeme do L-systému přidat symbol *winplace* a kontextovou podmínku a získat tak pravidla:

$$\begin{aligned} wall &\rightarrow winplace\ winplace\ winplace \\ winplace?distance(wall > winplace.sx) &\rightarrow window \end{aligned}$$

kde výraz $wall > winplace.sx$ vyjadřuje výrok: “vzdálenost symbolu *winplace* od modulu *wall* je větší, než velikost *winplace* ve směru osy x při interpretaci.”

První pravidlo rozdělí symbol *wall* na tři části *winplace*. Druhé pravidlo každou z těchto částí *winplace* naplní oknem pouze v případě platnosti uvedené podmínky (viz obrázek 2).



Obrázek 2: Modelování s kontextovou podmínkou.

L-systémy generují řetězce symbolů, tj. lineární struktury. Je tedy běžné, že vzdálenost mezi částmi řetězce, které popisují dva sousední objekty, je značná. S využitím kontextové podmínky se můžeme od aktuální pozice v řetězci podívat vpřed i vzad a to do libovolné vzdálenosti. Lze si představit další případy, kdy je kontextová podmínka užitečná, např. omezení růstu budovy v případě, že v určité vzdálenosti se nachází jiná budova či umístění chodníku v případě, že v blízkosti jsou dveře, atd.

4 ZÁVĚR

Přínos této práce spočívá ve studiu teorie různých typů L-systémů a jejich následné aplikaci v oblasti modelování architektury. Aplikace L-systémů je v této oblasti výhodná zejména v tom ohledu, že pomocí specifikace jediného L-systému můžeme generovat nejen celou třídu objektů, ale zároveň také každý z objektů této třídy s různou úrovní detailu. To je velmi užitečné pro počítačové hry a virtuální realitu, kde je žádoucí v generovaných scénách zobrazovat bližší objekty s vyšší úrovní detailu a vzdálenější objekty s úrovní detailu nižší.

V současné době je vyvíjena aplikace využívající výše uvedených typů L-systémů pro generování prostorových geometrických struktur, která na základě specifikace L-systému vytvoří geometrickou scénu popsanou v grafickém formátu VRML.

Prostorové překrytí jednotlivých generovaných objektů je sice topologicky naprosto korektní, nicméně v konkrétních aplikacích může působit rušivě a nepřírozně. Aplikace kontextové podmínky tedy dovoluje takové problémy efektivně řešit při zachování jednoduché specifikace modelů a matematické krásy L-systémů.

REFERENCE

- [1] Meduna, A.; Švec, M.: Grammars with Context Conditions and Their Applications [Wiley, 2004]. John Wiley & Sons, 2005, ISBN 0-471-71831-9, s.1-225.
- [2] Parish, Y. I. H.; Müller, P.: Procedural modeling of cities. In SIGGRAPH, 2001, s.301-308.
- [3] Prusinkiewicz, P.; Lindenmayer, A.: The Algorithmic Beauty of Plants. New York: Springer, 1990, ISBN 0-387-97297-8, s.1-248.